

水切りの謎に迫る

京都府立洛北高校サイエンス部物理班
中尾 太樹、山下 ひな香、山下 龍之介

概要

水切りの仕組みについて調べるために石に見立てた円盤の発射装置と水槽を作成し、実験を行った。形状や回転数の比較から、円盤の跳ねやすさは円盤の形状に最も影響を受け、底面が平らな円盤と底面が丸みを帯びた円盤では後者の方が跳ねやすいことが分かった。また、「水切りは円盤が着水するときに生じる水面のくぼみを登ることによって起こる」という考察が得られた。さらに、実験結果に基づいてシミュレーターを作成し、実測値と比較した。

1. 動機

水切りとは、川などで石を水面に向かって回転させながら投げ、水面を跳ねるのを楽しむ遊びである。誰もが一度はしたことがある遊びである。先行研究から石が跳ねるか否かは入水時の角度と速さに影響を受けることが分かっている。しかし、その仕組みははっきりとは分かっていない。そこで、水切りを再現することが出来る装置を作り、水切りの仕組みの解明と、水切りのシミュレーターの作成を目指した。

2. 実験装置と実験方法

初速、回転数を変えて水切りを行うことのできる実験装置を作成した(図1)。

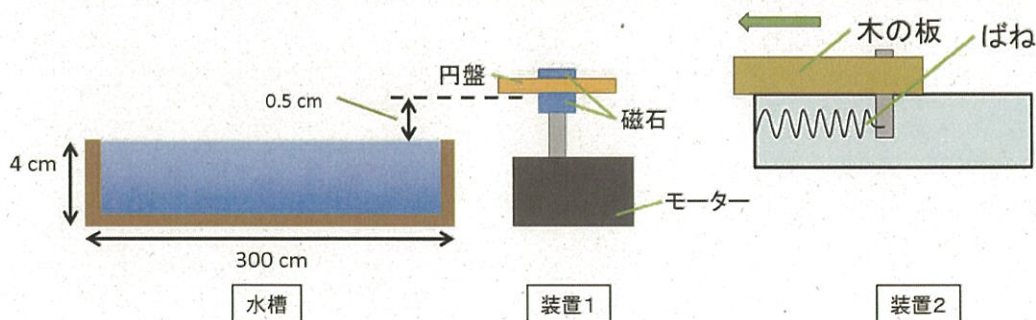


図1: 実験装置

石を模した厚さ 0.5 cm、直径 5 cm、重さ 9.5 g の平たい円盤と曲率半径 5.4 cm で直径 5 cm、重さ 9.5 g と 7.5 g の丸みを帯びた円盤(図2)を用意し、磁石を円盤の中央と、回転数の調節できるモーターの軸に取り付け、モーターで回転数を調節しながら、円盤を回転させることが出来るようにした(装置1)。また、木の板にばねを取り付けて、円盤を横から叩いて射出できる装置(装置2)を作った。これらと、大きさが

45×300×4 cm で、側面が透明の水槽を上図のように組み合わせることにより、水切りの様子を横から観察できる装置とした。

この装置を用いて水切りを行い、図3のように横からハイスピードカメラで撮影した。このスローモーション映像を解析することで、一回目の着水前後における水平方向の速さ及び、滑った距離を測定した。この時、回転数を 1000rpm, 2000rpm, 3000 rpm の3種類に変えて実験を行い、比較した

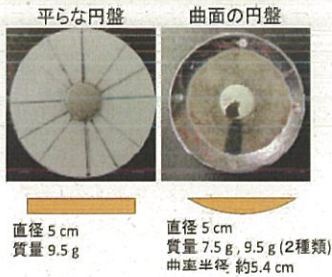


図 2:円盤

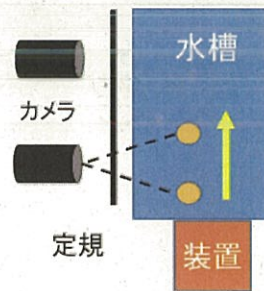


図 3:実験方法



図 4:実験での水切りの様子
写真中では5回跳ねている

3. 予備実験 水切りの跳ねやすさの比較

はじめに、仕組みを解析するための実験を、行いやすい円盤を選ぶため、予備実験を行った。

回転数を 0 rpm, 2000 rpm、質量を 9.5 g, 7.5 g、形状が平らなものと同様のものに変えて跳ねやすさを比較した。その結果を図5に示した。横軸は、円盤の着水時の速さを 100 cm/s ごとに区切ったものを示し、縦軸は、跳ねた回数を試行回数で割った跳ねる確率を示している。

まず質量による比較だが、曲面の円盤の質量を 7.5 g, 9.5 g に変えて回転数を 0 rpm (図5①), 2000rpm(図5②)でそれぞれ比較したが、どちらも跳ねる確率は大きく変わらなかった。次に形状による比較だが、0 rpm(図5③), 2000 rpm(図5④)のどちらも平面の円盤より曲面の円盤のほうが跳ねやすく、平面の円盤の跳ねる確率は0.2程度であり平面の円盤で水切りを行うことは難しいことが分かった。最後に回転数による比較だが、曲面の円盤は回転数に関係なく跳ねる確率がおよそ0.6よりも大きかったが、平面の円盤は回転数にかかわらず、跳ねる確率が0.4よりも小さく跳ねにくいことが分かった。これらの結果から、跳ねる確率は速さによっては大きく変化しないこと、曲面の円盤は回転数や質量によらず跳ねる確率が、平らな円盤と比べてかなり高いことが分かった。また、曲面の

円盤は回転数を上げると跳ねる確率が大きくなるのに対して平面の円盤は回転数を上げると跳ねにくくなるのが分かった。

このことから跳ねやすさは円盤の回転数や速さよりも、形状に大きく影響され、丸みを帯びている円盤のほうが跳ねやすいことが分かった。

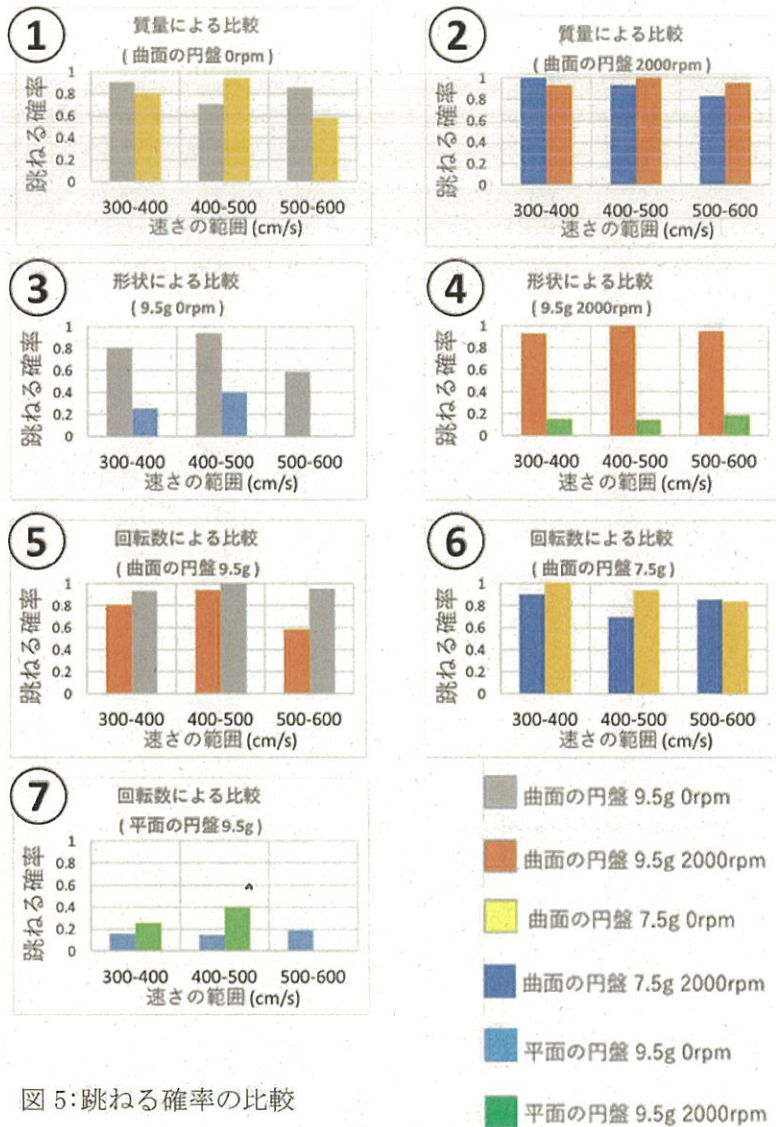


図 5: 跳ねる確率の比較

平らな円盤は少し傾くと水から十分な抵抗力を受けることが出来ないのに対して、曲面の円盤は、入水時の角度がある程度水面に対して傾いていても、底面が丸みを帯びているために、水から十分な抵抗力を受けることができ、曲面の円盤の方が跳ねやすかったのではないかと考えられる。

4. 仮説

右図6に示した円盤の跳ねる様子から、丸みを帯びた円盤は着水時に生じる波を追い越すことで跳ね、平らな円盤は水面に着水したときに水面から抵抗を受けて跳ねていると考えた。

今回は、3種類の円盤のうち、よくはねた7.5gの曲面の円盤について解析を行い、跳ねる仕組みの解明とシミュレーションの作成を目指した。

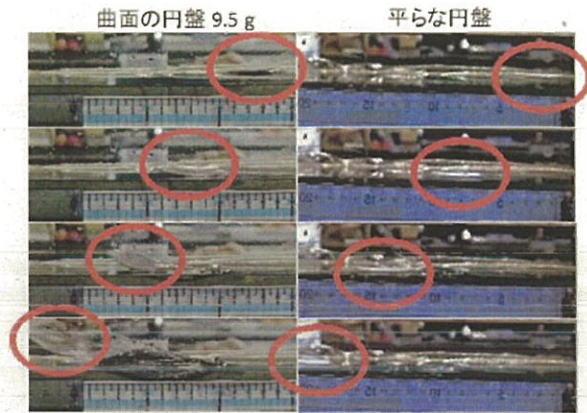


図6:円盤の跳ねる様子の比較

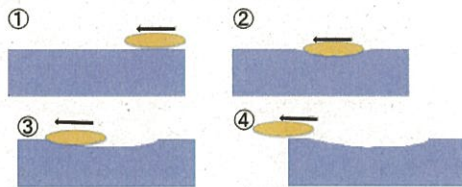


図7:水切りの跳ねる仕組み

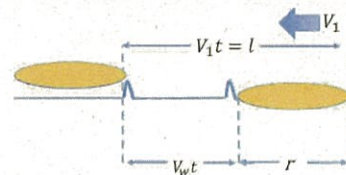


図8:円盤の滑る距離

丸みを帯びた円盤についての上述の仮説は、図7のようになる。①が着水直前、②が水と接触しているとき、③が離水寸前、④が離水直後をそれぞれ表している。このように考えると、円盤の水面を滑る距離 l (cm)は、着水する前の円盤の速さ V_1 (cm/s), 波の速さ V_w (cm/s), 円盤の直径 r (cm), 着水してからの経過時間を t (s)として、

$$\begin{cases} l = V_1 t \\ l = V_w t + r \end{cases}$$

$$\therefore l = \frac{rV_1}{V_1 - V_w}$$

とあらわすことができる(図8)。円盤の直径は5 cm、波の速さは実測値よりおよそ60 cm/sなので、円盤の速さ V と円盤の滑る距離 l の関係は図9のようになると予測される。

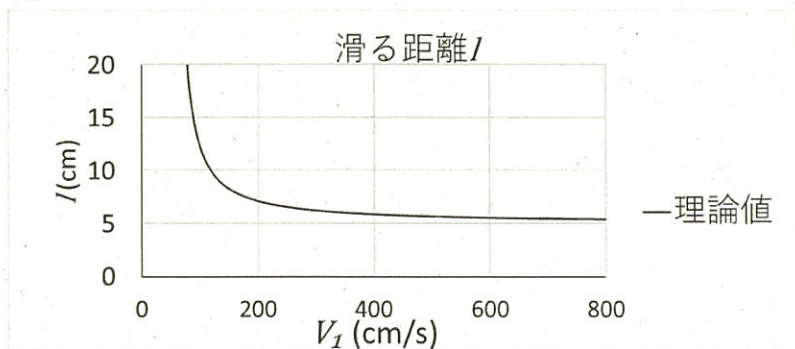


図9:滑る距離(理論値)

5. 結果と考察

各回転数における滑った距離の解析結果を図10のように示した。上図、中央図、下図は、それぞれ回転数が1000 rpm, 2000 rpm, 3000 rpmの結果である。

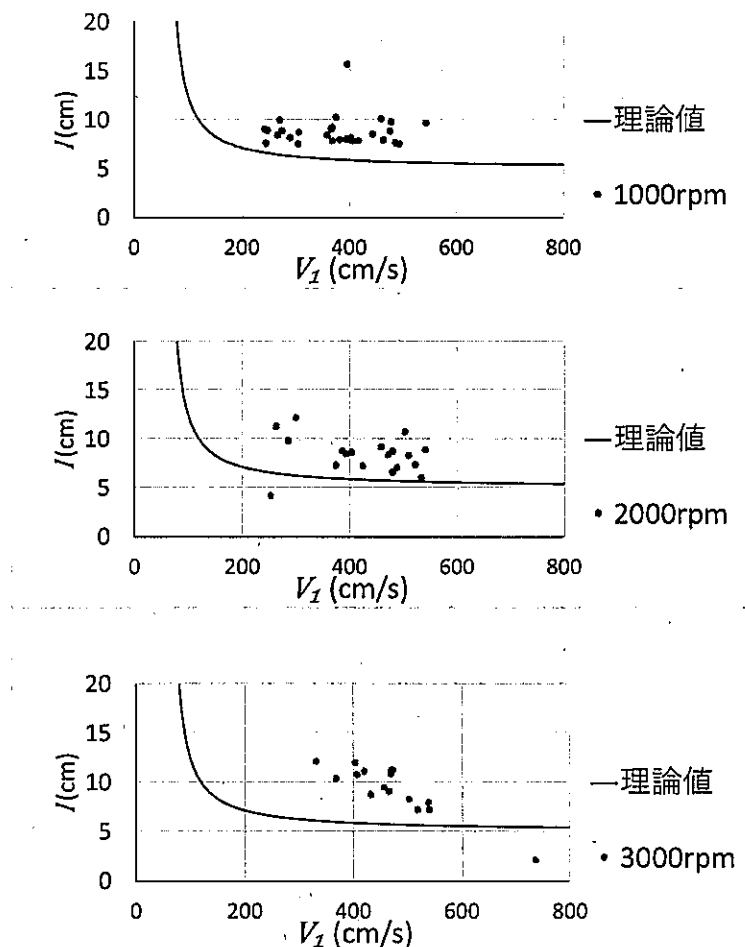
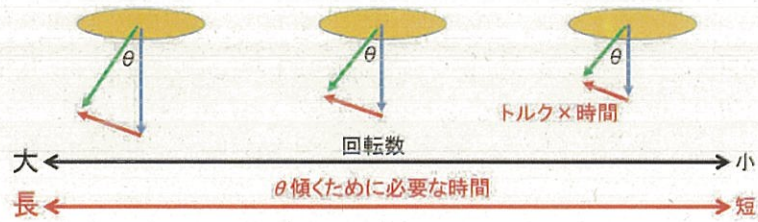
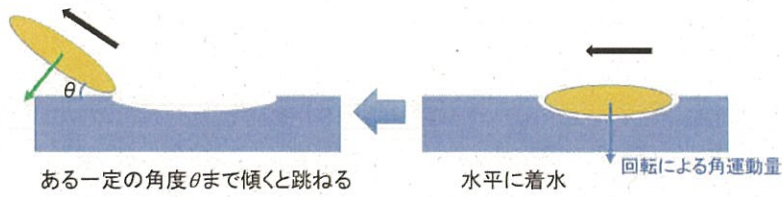


図10:滑った距離

理論値よりも実測値の方が大きかった。また、 V_1 が小さい時には回転数が大きいほど滑った距離が長かった。どの回転数においても実測値が理論値を上回っていたことから、円盤が跳ねる条件は波を追い越すことだけではないと考えられる。そこで、新たな仮説として、「**円盤は波を追い越しつつ、水からの抵抗力によって傾き、ある一定の角度に達した時に、離水することで跳ねる**」のではないかと考えた。このように考えると、回転数が大きい場合はジャイロ効果により円盤が傾きにくいいため、より長い時間、水から抵抗力を受ける必要がある、すなわち長く水面を滑る必要があるのに対して、回転数が小さい場合は短い時間抵抗力を受けるだけで傾くことができることから、実験結果が説明できる (図11)。



6. 円盤が水から受ける抵抗力

一回目の着水について、水からの抵抗力を f とすると、運動エネルギーと仕事の関係より、

図 11: 水からの抵抗力によって円盤は傾く

$$\frac{1}{2}mV_1^2 - fl = \frac{1}{2}mV_2^2 \quad (1)$$

なので、

$$f = \frac{m(V_1^2 - V_2^2)}{2l}$$

と表せる。これを用いて、 f を算出し、横軸を V_1 、縦軸を f にとってグラフにすると、図 12 のようになった。

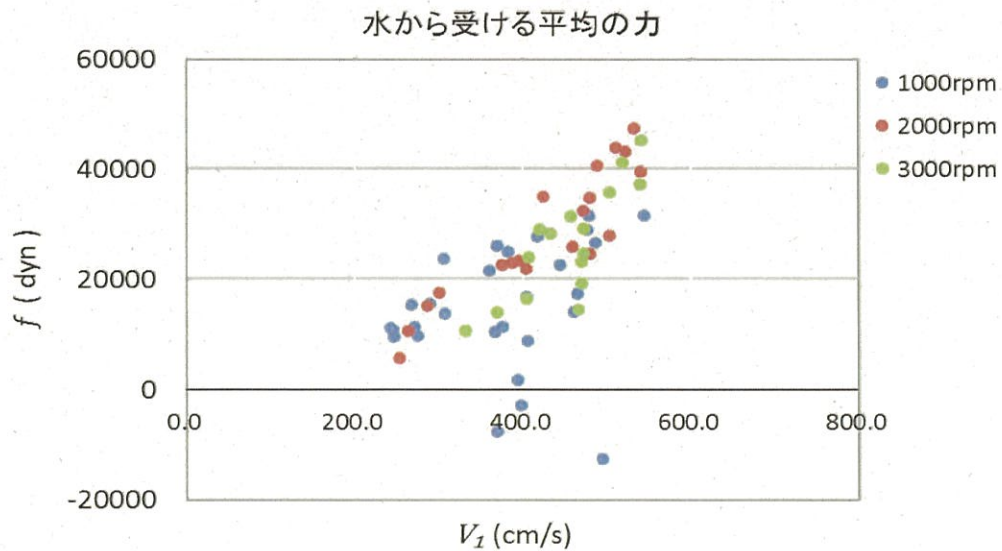


図 12: 水から受ける平均の力

ここで、水の抵抗力 f は物体の速度 V の関数として、次式で表されると仮定する。

$$f = kV^a$$

両辺の自然対数をとって変形すると、

$$\begin{aligned} \log f &= \log kV^a \\ &= a \log V + \log k \end{aligned}$$

となる。よって、 k 、 a をもとめるには、 $\log V$ を x 軸、 $\log f$ を y 軸としてグラフを書き、線形近似を行って、傾きと y 切片を調べればよい。今回は 1000 rpm, 2000 rpm, 3000 rpm のうち、3000 rpm について、一回目の着水時及び離水時の円盤の水平方向の速さ V_1, V_2 の平均 \bar{V} を用いて計算を行った。結果は図 13 のようになった。

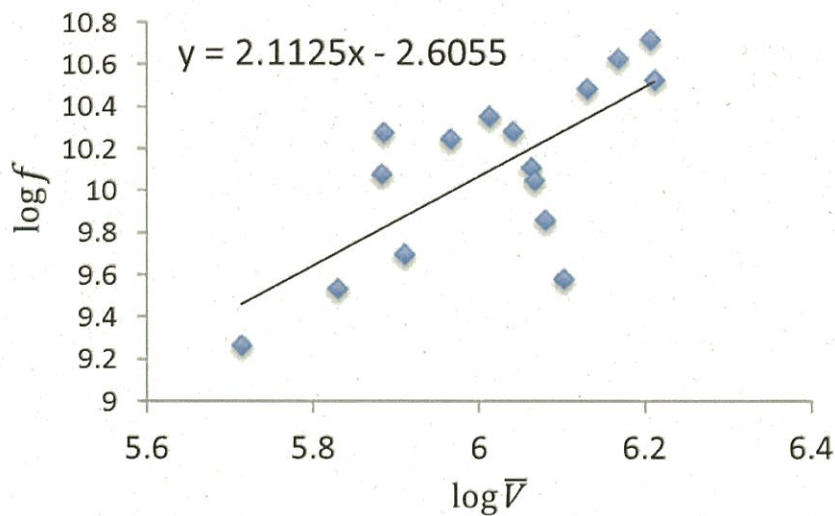


図 13: 水から受ける抵抗力の線形近似 (3000 rpm)

グラフから、

$$a \cong 2.1$$

$$\log k = -2.6055 \quad \therefore k \cong 7.4 \times 10^{-2}$$

従って f は

$$f = 7.4 \times 10^{-2} \times V^{2.1} \quad (2)$$

と表せる。ここで、船などの水面上を動く物体が受ける造波抵抗は V^2 に比例することが知られている。

7. シミュレーション

前述の考察を踏まえて、今回は解析しなかった 2 回目以降の水切りについて考えた。1 回目に跳ねた後、空中で円盤の姿勢が変わらなるとすると、2 回目以降の着水時にはすでに

円盤は傾いているため、波を追い越すだけで跳ねると考えられる。

これに基づいて、水切りが何回跳ね、全体でどれほどの距離を進むのか（以下総飛距離とする）を初速から予測することを試みた。

まず、各量について下のように定める。

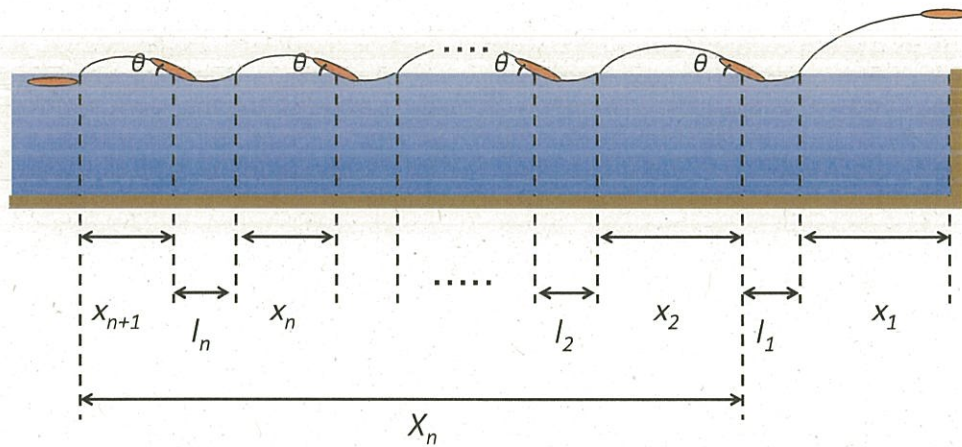


図 14: x_n, l_n の定義

n 回跳ねた時の一回目の離水以降の飛距離 X_n

$$X_n = \sum_{k=2}^n (x_k + l_k) + x_{n+1} \quad (3)$$

x_n, l_n は V_n を用いて、次のように計算を行った。

x_n について、円盤は離水してから次に着水するまでの間は放物運動をするものとする、

$$x_n = \frac{V_n^2 \tan \theta}{g} \quad (4)$$

となる。また、 l_n について、波の速さを V_w とすると、速さ V の時水面を滑る距離 l は

$$\begin{cases} Vt = l \\ r \cos \theta + V_w t = l \end{cases}$$

より t を消去して、

$$l = \frac{rV \cos \theta}{V - V_w}$$

と表せるので、 V_n に対しては、

$$l_n = \frac{rV_n \cos \theta}{V_n - V_w} \quad (5)$$

(r : 円盤の直径 θ 離水時の円盤と水面のなす角度)

と表せる。ただし、今回のシミュレーションでは θ は全体を通して一定とした。また、一回目の着水以前はそれ以降と挙動が異なるため、シミュレーションの開始は一回目の離水後からとし、円盤が波を追い越せなくなる、すなわち、 $V_n < V_w$ となったときを終了とした。

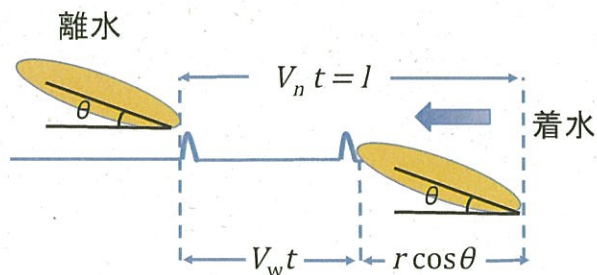


図 15: 円盤の滑る距離

次に、これらの値を計算するために V_n を求めることを考える。(1)式をn回目の着水前後についての式に書き換えると、

$$\frac{1}{2}mV_n^2 - fl_n = \frac{1}{2}mV_{n+1}^2 \quad (6)$$

となる。これに水の抵抗力の式(2)を代入し、 V_1 から順に繰り返し用いることで V_n を求めることができる。

上で述べた式(3)(4)(5)(6)を用いて、Excelでシミュレーターを作成した。その一部を図16に示す。上でも述べた通り、計算するのは x_2 からとなっている。

n	V_n (cm/s)	f (dyn)	x_n (cm)	l_n (cm)	X_n (cm)	
1						
2	347	15992.76725	47.16396387	5.643770	52.807734	$\theta = 21$ deg
3	310.386532	12653.99748	37.7361062	5.786469	90.543840	= 0.366519143 rad
4	277.1532816	9975.709013	30.08786686	5.957655	126.418176	$\tan \theta = 0.383864035$
5	246.9118305	7826.538175	23.88004532	6.166331	156.255877	$\cos \theta = 0.933580426$
6	219.3076489	6101.612958	18.839046	6.425973	181.261254	
7	194.010734	4716.999315	14.74357713	6.757840	202.430804	
8	170.7035568	3605.297579	11.41396374	7.197849	220.602608	
9	149.0624058	2712.094295	8.703373096	7.812597	236.503830	
10	128.7219248	1992.975789	6.490174878	8.743372	250.806603	
11	109.1905658	1410.653868	4.670050545	10.361557	264.220025	
12	89.5814007	930.8703603	3.143308783	14.135815	277.724891	
13	67.20018105	508.9904692	1.768855005	43.566108	293.629561	X_n
14	#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	
15	#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	

図16：シミュレーター

このシミュレーターで、実際に実験で得られた V_2 の一つを入力し、予測される結果と実際の結果を比較した。今回は θ については、計測することが困難であったため、幾つかの値でシミュレーションを行った。またこの時、総飛距離を実測値と比較できるように、 x_1 についても計算し、実測した l_1 と共にシミュレーションで得た X_n に加えた。結果は以下の通りである。ただし、 x_1 は装置から円盤を初速 V_1 で水平投射したとして計算した。

$V_1 = 431$ cm/s $V_2 = 347$ cm/s $x_1 = 13.8$ cm $l_1 = 8.73$ cm

		総飛距離 (cm)	跳ねた回数 (回)
実測値		208	3~6
	θ (deg)		
シミュレーション	5	174	12
	10	214	12
	15	257	12
	20	306	12
	25	385	13
	30	447	13

表1：実測値とシミュレーション結果の比較

実測値と比較すると、総飛距離については、 $\theta=10^\circ$ の時に近い値となったが、跳ねた回数は2倍以上であった。それ以外の場合には総飛距離、跳ねた回数のどちらも実測値とは大きくずれた値となった。

このような差が生じた原因としては、 θ が一定であると仮定していること、離水している間の円盤の姿勢の変化や空気抵抗などを考慮に入れていないことが挙げられる。また、今回最も実測値と近い結果となった $\theta=10^\circ$ という値については、実際にそうであったのかについての検証が必要である。

8. まとめと今後の展望

今回の実験の解析によって、石が水面で跳ねるには、着水時に生じた波を追い越しつつ、傾くことが必要であるとの考察を得た。実験に用いた丸みを帯びた円盤が水から受ける抵抗力は近似式 $f = 7.4 \times 10^{-2} \times V_n^{2.1}$ で表したが、これらに基づいて作成したシミュレーターでは水切りの跳ねた回数と飛距離を再現するには至らなかった。

今回のシミュレーションでは、二回目以降の着水の様子は一回目の着水での実験結果からの考察を元にした予想であった。そのため、一回目と二回目の円盤の姿勢や、入射角、離水角の違いが反映されておらず、シミュレーションにおいて実際の水切りの再現に至らなかったのではないかと考えている。今後は2回目以降についても同様の解析を行ってデータを集めるとともに、円盤が水面に着水するときの入水角についても制御できるように実験装置を改良し、水切りの仕組みを解明していきたい。特に、平らな円盤については、丸みを帯びた円盤とは異なり、水面にくぼみを作らずに跳ねることから、入水角が跳ねる確率に大きな影響を与えられと考えられる。これについても同様の実験を行って調べていきたい。

参考文献

「石の水切りの物理」(永弘 進一郎) 日本物理學會誌 64 一般社団法人日本物理学会

謝辞

本研究を行うにあたり、多くのご助言を頂いた本校竹本宏輝教諭に心より感謝します。