

「パラレルワールドの一方だけが極端に変化することはない」ことを証明

理論物理学における超弦理論によると、パラレルワールド（A サイドと B サイド）の存在が予想されていますが、これらを区別することはできません。しかしこれらは連動しており、一定の条件下では A サイド内では起こらない極端な変化（爆発）が、B サイド内でも起こらないことを数学的に証明しました。

理論物理学における超弦理論によると、パラレルワールドが存在することが予想されています（ミラー対称性予想）。これら2つの世界（A サイドと B サイド）の違いは、それぞれの世界に隠されている6次元の図形（A と B）の違いであるとされていますが、これらの図形は極めてよく似ている上、目に見えないため、理論上、わたしたちはどちらの世界に住んでいるかを区別することはできません。これまでに、図形 A の性質についての研究が盛んに行われ、一定の条件下ではその内部では極端な変化（爆発）は起こらないことが知られています。

ところが近年、図形 A と B はある法則に従って連動しており、見かけ上は異なる部分どうしが対応していることが発見されました。ただし、その連動の内容や程度はよく分かっておらず、図形 B の性質についての研究はまだ進んでいません。

本研究では、図形 B の挙動も、図形 A と同様の性質を持つかどうかを数学的に調べました。その結果、A サイドに関する知見を B サイドに転写することに成功し、図形 B の内部でも、一定の条件下では爆発は起こらないことを証明しました。

本研究成果は、これまで直感的に予想されていた A サイドと B サイドの世界の類似性の一つに数学的な証明を与えるものです。この定理を証明するために、いくつかの仮定を置いています。今後、これらの仮定がなくてもこの定理が成立するかどうかを解明することを目指します。

研究代表者

筑波大学数理物質系

山本 光 准教授

研究の背景

理論物理学における超弦理論^{注1)}によると、パラレルワールドが存在することが予想されています（ミラー対称性予想）。これら2つの世界（AサイドとBサイド）の違いは、それぞれの世界に隠されている6次元の図形（AとB）の違いであるとされていますが、これらは極めて似ている上、目に見えないため、理論上、わたしたちはどちらの世界に住んでいるかを区別することはできません。

これまで、図形Aの性質についての研究が盛んに行われてきました。図形Aの内部に何らかの刺激を与えると、その状態は時間の経過とともに変わります。変化がより大きくなる（爆発する）方向に向かうか、より小さくなる（元の状態に近づく）方向に向かうか、を考えた場合、最初の変化が一定程度よりも小さければ、その後、変化が爆発することはなく、自然と元の状態に近づく、すなわち、図形Aの内部は最初の状態から極端に異なる状態になることはない、ということがすでに証明されています（ ε -正則性定理^{注2)}）。

ところが近年、図形AとBの内部は「実フーリエ向井変換^{注3)}」という対応関係で連動していることが発見されました。これによると、図形AとBの内部は完全に一致しているのではなく、図形Aの内部に生じた変化は、それとは違った形で図形Bの内部に現れます。しかし実フーリエ向井変換は、図形AとBそのものに関する情報以外の、外部から加えられた刺激には適用できないため、2つの図形の連動の内容や程度は実際にはまだよく分かっていません。

そこで本研究では、Aサイドに関するこれまでの知見を使って、図形Bの内部について、変化が爆発することがあり得るかどうかを、数学的に調べました。

研究内容と成果

本研究では、図形Bの内部にも ε -正則性があるかどうかを検討しました。図形Bの内部に人工的に刺激を与え、その刺激に対する反応が時間とともにどのように変わるかを計算しますが、図形AとBは厳密には異なった形になっているので、図形Aの内部に与えた刺激と同じ刺激を図形Bの内部に与えることはできません。しかし、図形AとBはもともとよく似ているので、与えるべき刺激も似ているはずだと考えることができます。そこでまず、図形Aの内部に与えた刺激に似たさまざまな刺激を図形Bの内部に与える試行錯誤の中から、図形Bの内部に対して適当な反応をする刺激を見いだしました。

また、図形Aの内部に生じる変化は、平均曲率流^{注4)}という微分方程式で表されますが、図形Bの内部では、これを実フーリエ向井変換した線束平均曲率流という微分方程式が適用されます。今回、平均曲率流に定義されていたガウス密度（通常状態からどのくらい離れているかを表す数値）に対しても実フーリエ向井変換を行い、上記の適当な反応をする刺激と組み合わせることで、線束平均曲率流にもガウス密度を定義することに成功しました。

このようにして、図形Bの内部に刺激を与え、それが線束平均曲率流においてどのように変化するかを調べたところ、図形Bの内部に関しても、 ε -正則性が成り立つことが証明されました。すなわち、ガウス密度が一定程度よりも小さければ、線束平均曲率流が無限になることはない（爆発しない）という数学的定理が導かれました。

今後の展開

本研究では、「ある程度の条件がそろえば」という仮定の下で、図形Bの内部に生じた変化が爆発することはない、ということを証明しました。しかしながら、このような仮定がない場合でも、図形AとBの内部が同じような挙動をするかどうかは、まだ十分な知見がなく、世界的にさまざまな議論が行われています。今後さらに、このような一般化に向けた数学的なアプローチに取り組む予定です。

用語解説

注1) 超弦理論

量子力学と重力（一般相対性理論）の理論を統合し、これらの間の矛盾を解消する理論。これにより、自然界のすべての現象を一つの基本原理で説明できるとされる。

注2) ε -正則性定理

ガウス密度と呼ばれるある種の積分値とその正常値との誤差が ε 以下であれば、微分方程式の解が爆発しないことを保証する定理。

注3) 実フーリエ向井変換

トーラス（ドーナツの表面のような曲面）束に対して各トーラスを双対トーラス（頂点と面を入れ替えたような立体）に置き換える操作。

注4) 平均曲率流

曲がった図形がなるべく平らになろうとする動きのこと。強く曲がっている部分ほどより早く変化する。

研究資金

本研究は、日本学術振興会科研費助成事業（JSPS）、中国国家自然科学基金（NSFC）の一環として実施されました。

掲載論文

【題名】 An ε -regularity theorem for line bundle mean curvature flow.

（線束平均曲率に対するイプシロン正則性定理）

【著者名】 Xiaoli Han (Tsinghua University), Hikaru Yamamoto (University of Tsukuba)

【掲載誌】 The Asian Journal of Mathematics

【掲載日】 2023年4月27日

【DOI】 10.4310/AJM.2022.v26.n6.a1

問い合わせ先

【研究に関すること】

山本 光（やまもと ひかる）

筑波大学数理物質系 准教授

URL: <https://www.math.tsukuba.ac.jp/~hyamamoto/index.html>

【取材・報道に関すること】

筑波大学広報室局

TEL: 029-853-2040

E-mail: kohositu@un.tsukuba.ac.jp